

單元名稱：廣義角的正弦、餘弦及正切值

工作人員：

洪雅琪、李惠雯、姚智化、王畹鳳、王玟綺、林如華、藍邦偉、蕭民能

主要觀點：學習廣義角的三角函數值

學習目標：

【待加強】

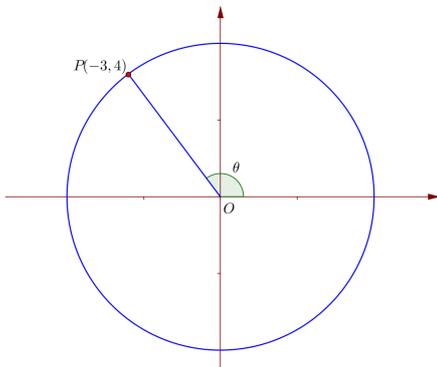
1.1 讓學生了解廣義角的正弦、餘弦、正切值的定義

例：若 $P(4,3)$ ，為標準位置角 θ 終邊上之一點，試求 $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$

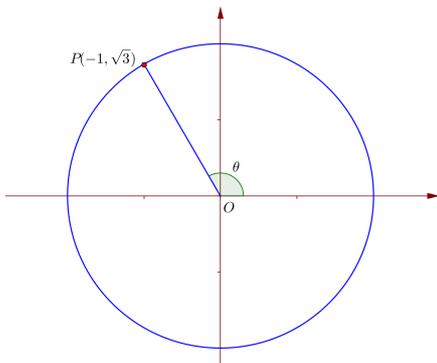
例：若 O 為原點，且點 $P(x, y)$ 為廣義角 θ 終邊上一點， $\overline{OP} = r$ ，則 $\sin \theta = \frac{\square}{r}$ 。

1.2 能計算 $120^\circ, 135^\circ, \dots$ ，之正弦、餘弦、正切值

例：如圖，(1) 試求 \overline{OP} 的長度。(2) 若 P 點為 θ 終邊上一點，試求 $\sin \theta$ 與 $\cos \theta$ 之值。



例：如圖，點 $P(-1, \sqrt{3})$ 為圓上點，(1) 試求 \overline{OP} 的長度。(2) 若 P 點為 θ 終邊上一點，試求 $\sin \theta$ 與 $\cos \theta$ 之值。(3) 若 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，試求 θ 值。



1.3請在下列空格中填入「正」或「負」

(1) 若 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則 $\sin \theta$ 為_____， $\cos \theta$ 為_____， $\tan \theta$ 為_____。

(2) 若 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則 $\sin \theta$ 為_____， $\cos \theta$ 為_____， $\tan \theta$ 為_____。

(3) 若 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，則 $\sin \theta$ 為_____， $\cos \theta$ 為_____， $\tan \theta$ 為_____。

(4) 若 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ，則 $\sin \theta$ 為_____， $\cos \theta$ 為_____， $\tan \theta$ 為_____。

【基礎】

1.1讓學生了解廣義角的正弦、餘弦、正切值的定義

例:若 $P(-5,12)$ ，為標準位置角 θ 終邊上之一點，試求 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$

例:若 $P(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 為標準位置角 θ 終邊上之一點，試求 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$,

1.2能計算 $120^\circ, 135^\circ, \dots$ ，之正弦、餘弦、正切值

例:試求 $\sin 150^\circ$ 、 $\cos 210^\circ$ 、 $\tan 315^\circ$ 之值

1.3能判斷正弦、餘弦、正切值在每一象限角的正負。

例:若 $\sin \theta < 0$, $\cos \theta > 0$ ，則 θ 的終邊落在第幾象限?

1.4能求出象限角 θ 之正弦、餘弦、正切值

例:試求 $\sin 90^\circ$ 、 $\cos 270^\circ$ 、 $\tan 180^\circ$ 之值

1.5引進參考角的概念，利用補角關係，將廣義角的三角函數求值化為銳角三角函數的求值。(參考角 α 的定義為廣義角 θ 與X 軸的銳夾角)

例:已知 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ ，試求 $\sin(180^\circ + \theta)$ 之值

例:試求 $\sin 150^\circ$ 、 $\cos 210^\circ$ 、 $\tan 315^\circ$ 之值

【精熟】

1.1讓學生了解廣義角的正弦、餘弦、正切值的定義

例:若 $P(-4,3)$ ，為標準位置角 θ 終邊上之一點，試求 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$

例:若 $P(1, -\sqrt{3})$ 為標準位置角 θ 終邊上之一點，試求 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$

1.2能計算 $120^\circ, 135^\circ, \dots$, 之正弦、餘弦、正切值

例:試求 $\sin 150^\circ$ 、 $\cos 210^\circ$ 、 $\tan 315^\circ$ 之值

1.2.1能計算 $120^\circ, 135^\circ, \dots$, 同界角之正弦、餘弦、正切值

例:試求 $\sin 390^\circ$ 、 $\cos(-120^\circ)$ 、 $\tan 690^\circ$ 之值

1.2.2能計算 $15^\circ, 75^\circ, \dots$, 相關廣義角之正弦、餘弦、正切值

例:試求 $\sin 15^\circ$ 、 $\cos 105^\circ$ 、 $\tan 195^\circ$ 之值

1.3能判斷廣義角 θ 之正弦、餘弦、正切值在各象限之正負

例:若 $\sin \theta < 0$, $\cos \theta > 0$, 則 θ 的終邊落在第幾象限?

例:若點 $P(\sin \theta, \cos \theta)$ 在第四象限, 試問點 $Q(\cos \theta, \tan \theta)$ 在第幾象限?

1.4能求出象限角 θ 之正弦、餘弦、正切值

例:試求 $\sin 90^\circ$ 、 $\cos 270^\circ$ 、 $\tan 180^\circ$ 之值

1.5引進參考角的概念, 利用補角關係($0^\circ \pm \theta$, $180^\circ \pm \theta$)將廣義角的三角函數求值化為銳角三角

函數的求值。(參考角 α 的定義為廣義角 θ 與X軸的銳夾角)

例:已知 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, 試求 $\sin(180^\circ + \theta)$ 之值

例:試求 $\sin 150^\circ$ 、 $\cos 210^\circ$ 、 $\tan 315^\circ$ 之值

1.6引進參考角的概念, 利用餘角關係($90^\circ \pm \theta$, $270^\circ \pm \theta$), 將廣義角的三角函數求值化為銳角三角

函數的求值。(參考角 α 的定義為廣義角 θ 與x軸的銳夾角)

例:已知 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, 試求 $\sin(90^\circ + \theta)$ 之值

例:試求 $\sin 150^\circ$ 、 $\cos 210^\circ$ 之值

預測診斷:

例1:試求 $\sin 30^\circ$ 之值

例2:若 θ 為標準位置角, 試畫出當 $\theta = 240^\circ$ 的終邊位置, 並求出其與x軸的銳夾角