

學習單

矩陣的乘法

1. 試求下列矩陣的乘法：

$$(1) \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(2) \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -5 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(3) \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(4) \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(5) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

2. 試求下列矩陣的乘法：

$$(1) \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -6 & 5 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(2) \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -6 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(3) \begin{bmatrix} -5 & 3 & 4 \\ 1 & -6 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 2 & -4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(4) \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$(5) \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -5 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

學習單

二階馬可夫鍊

3. 某社區有甲乙兩家沙拉油供應公司，根據調查顯示：甲公司每年保留 70% 的客戶，而轉向乙公司的客戶佔 30%，乙公司每年保留 40% 的客戶，另有 60% 的客戶轉而使用甲公司的產品；若目前甲、乙兩公司的市場佔有率分別為 40%，60%，且顧客總人數不變，則： (1) 以第一年為觀察期，試求第一年到第三年這兩家公司的市場佔有率； (2) 若已知沙拉油供應市場趨於穩定，試求多年後兩家公司的佔有率。	
4. 假設<u>臺北市</u>在民國 88 年底有 200 萬人口，<u>新北市</u>有 300 萬人口，每一年<u>臺北市</u>有 10% 的人口搬到<u>新北市</u>其餘 90% 不動，而<u>新北市</u>有 20% 人口搬到<u>臺北市</u>其餘 80% 不動，則民國 90 年底的人口數，<u>臺北市</u>有多少人？	

學習單

5. 有一高中學生，他有打籃球的習慣，且若他在今晚有打籃球，則他在明晚有 70%的機率不打籃球；若他今晚沒有打籃球，則他在明晚有 60%不打籃球，若已知他在星期一有打籃球，則他在星期三(同一星期)有打籃球的機率為_____。	
6. 有一個心理學家做了如下的老鼠實驗：於前次的實驗裡， ①走向右邊的老鼠中，有 70%在下次實驗仍走向右邊，30%走向左邊； ②走向左邊的老鼠中，有 60%在下次實驗仍走向左邊，40%走向右邊。 如果老鼠總數不變，第一次實驗中有 50%的老鼠走向右邊，50%的老鼠走向左邊，試求第三次實驗中，走向右邊與左邊的老鼠所占的百分比。	

學習單

三階馬可夫鍊

7. 某地區有甲、乙、丙、三家的牛奶供應商，根據調查顯示，甲公司每年保留 60% 的顧客，而轉向乙公司與丙公司訂購的顧客各佔 20%，乙公司每年保留 40% 的顧客，而轉向甲公司與丙公司訂購的顧客各佔 40% 與 20%，丙公司每年保留 20% 的顧客，而轉向甲公司與乙公司訂購的顧客各佔 60% 與 20%，若目前甲乙丙三家公司的市場佔有率分別為 20%，20%，60%，且顧客總人數不變，試問：
- (1) 兩個觀察期之後，這三家公司的預計市場佔有率分別是多少？
- (2) 已知牛奶的供應市場會趨於穩定，試問其穩定狀態為何？

學習單

8. 假設市面上有味全、光泉、統一三種鮮奶，市場調查的結果顯示：味全鮮奶上月份的顧客中，有 60%的人本月份仍會購買味全，20%的顧客改買光泉，20%的人改買統一；光泉鮮奶的顧客中，70%本月份仍會購買光泉，10%改買味全，20%改買統一；統一鮮奶上個月的顧客中，80%仍會購買統一，10%改買味全，10%改買光泉；如果此種購買習慣不變，且總人數不變，若目前三種品牌的佔有率為：30%，30%，40%，試問：
- (1) 下個月各廠牌的佔有率；
 - (2) 兩個月後各廠牌的佔有率；
 - (3) 均衡狀態下，各廠牌的佔有率。

學習單

9. 某國政府長期追蹤全國國民的經濟狀況，依訂定的標準將國民分為高收入、中收入和低收入三類。統計發現下列規律： ① 高收入的人口中，每年有 70%仍是高收入，有 20%會轉變為中收入，有 10%會轉變為低收入。 ② 中收入的人口中，每年有 10%會轉變為高收入，有 80%仍是中收入，有 10%會轉變為低收入。 ③ 低收入的人口中，每年有 10%會轉變為高收入，有 30%會轉變為中收入，有 60%仍是低收入。 目前該國的人口中，有 30%是高收入、50%是中收入、20%是低收入，如果在這十年中，總人口數不變，而且每年的高、中、低收入也依上述規律轉變，請問三年後，該國人口中，高、中、低收入的占有率分別是多少？	
---	--

學習單

二階反方陣

10. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 、
 $B = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ ，試分別求
出方陣 A 、 B 、 C 的乘法反方陣 A^{-1} 、
 B^{-1} 、 C^{-1} 。

矩陣的線性變換－旋轉

11. 以 O 為中心，將點 $A(4,3)$ 旋轉 120° ，得
點 A' ，試求點 A' 的座標。

學習單

矩陣的線性變換－鏡射

12. 設 $L: y = \sqrt{3}x$ ，將點 $A(4,1)$ 對直線 L 鏡射後得點 $A'(x', y')$ ，試求點 A' 的座標。

矩陣的線性變換－伸縮

13. 已知 $A(3,2)$ ，依下列變換，求 A' 的座標：
- (1) 若 A 點以 $O(0,0)$ 為中心伸縮 2 倍到 A' ，試求變換後 A' 的座標。
 - (2) 若 A 點以 $O(0,0)$ 為中心，沿 x 軸方向伸縮 3 倍到 A' ，試求變換後 A' 的座標。
 - (3) 若 A 點以 $O(0,0)$ 為中心，沿 y 軸方向伸縮 3 倍到 A' ，試求變換後 A' 的座標。

矩陣的線性變換－推移

14. 已知點 $A(4, -1)$ ：
- (1) 將 A 點沿 y 軸推移 x 座標的 3 倍，得點 A' ，求 A' 的座標；
 - (2) 將 A 點沿 x 軸推移 y 座標的 -2 倍，得點 A' ，求 A' 的座標；