臺北市立大同高級中學
數學科教師專業社群研習
GeoGebra 3D 教學

泰北高中 藍邦偉老師

2014.04.02

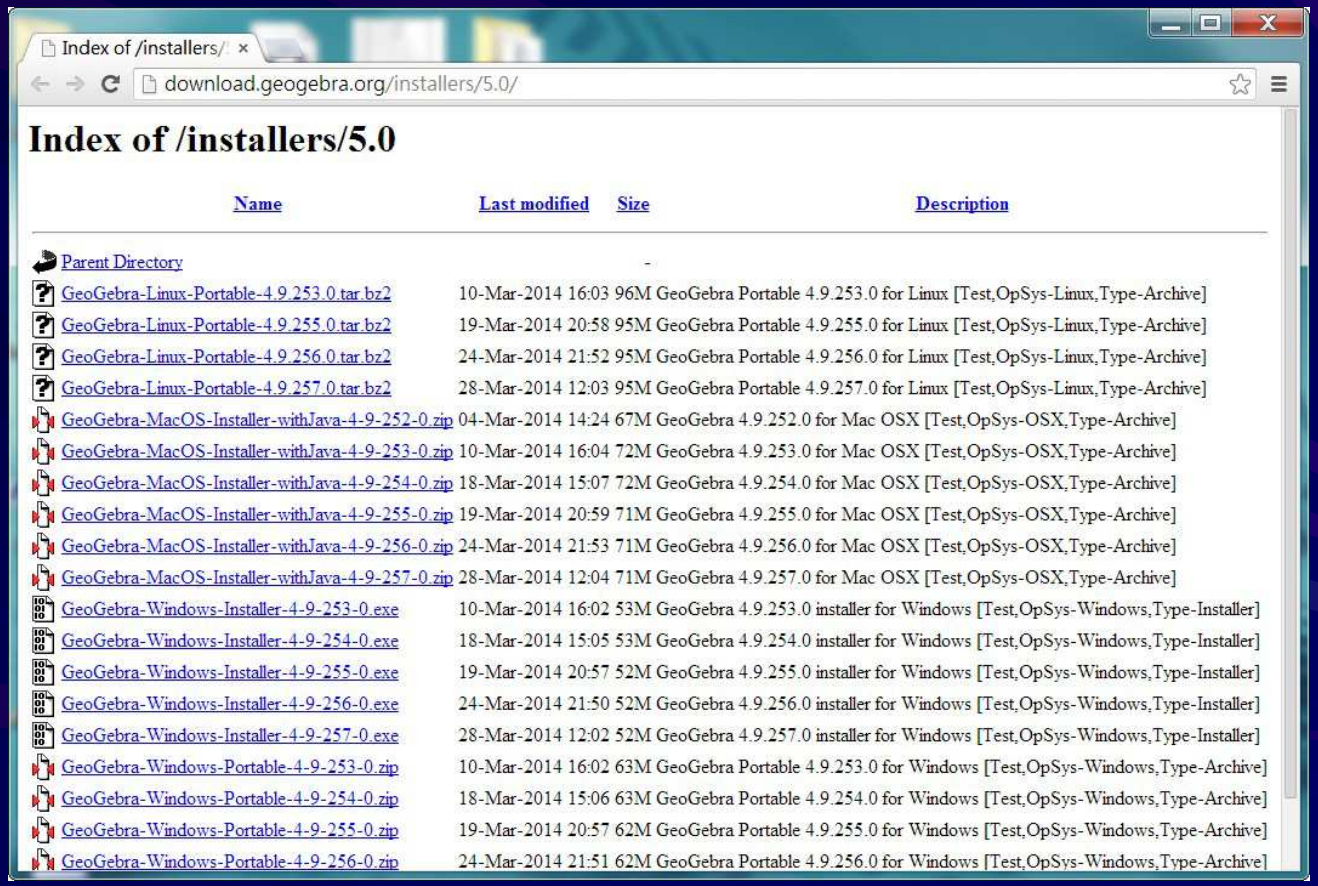
臺北市立大同高級中學

*GeoGebra*的簡介

- *Geometry + Algebra*
- 奧地利的年輕數學教授 *Markus Hohenwarter* ，於 2001 年在 University of Salzburg 開始發展此軟體，後來陸續在美國 Florida Atlantic University，2006–2008 與 Florida State University，2008–2009 持續研發此案，目前馬可仕與此專案已移回奧地利的 University of Linz，並擁有一個人數眾多的跨國開發團隊，與無數協助翻譯成各國語言的翻譯志工 。

GeoGebra5.0 Beta版下載點

- http://download.geogebra.org/installers/5.0/



平移

1) 點的平移
2) 多邊形的平移
3) 正多面體的平移：以正四面體為例

旋轉

1) 點的旋轉
2) 正多邊形的旋轉
3) 空間中點的旋轉

正多面體的建構

1) 座標式轉向量式
2) 正四面體的建構
3) 正六面體的建構
4) 正八面體的建構
5) 正十二面體的建構
6) 正二十面體的建構

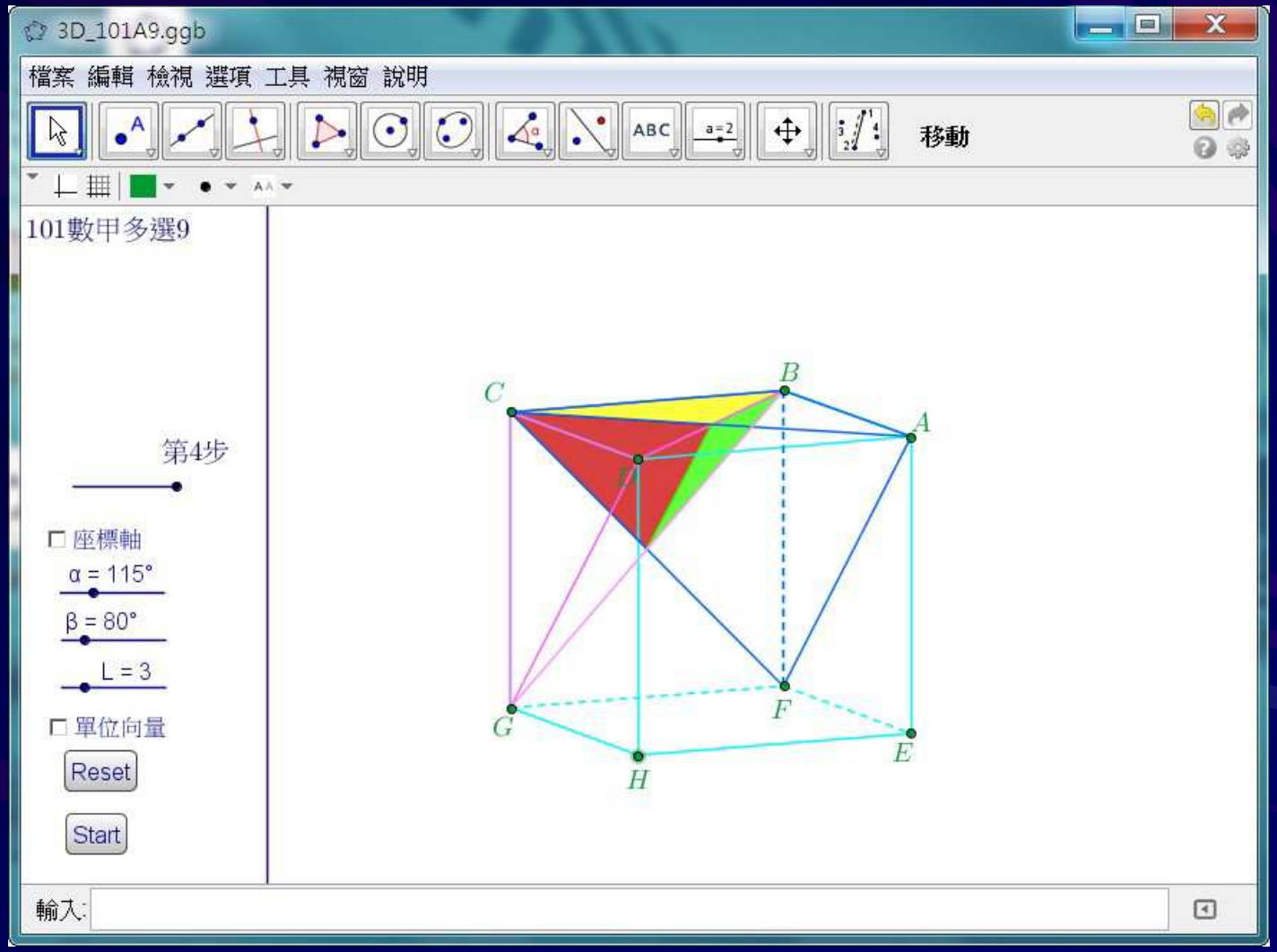
虛擬3D座標架的建構

1) 做角度滑竿α,0°到360°，增量0.1°
2) 做角度滑竿β,0°到360°，增量0.1°
3) 取為空間座標系的原點，並建立標籤
4) 作點X_{unit}=O+(cos(α),sin(α)cos(β))
5) 作點Y_{unit}=O+(-sin(α),cos(α)cos(β))
6) 作點Z_{unit}=O+(0,sin(β))
7) 作向量u=Vector[O,X_{unit}]
8) 作向量v=Vector[O,Y_{unit}]
9) 作向量w=Vector[O,Z_{unit}]

虛擬3D座標架的建構

10)作數值滑竿L，範圍為1至5，增量為1
11)作向量uu=Vector[O-L*u,O+L*u]
12)作向量vv=Vector[O-L*v,O+L*v]
13)作向量ww=Vector[O-L*w,O+L*w]
14)插入文字x，位置O+L u
15)插入文字y，位置O+L v
16)插入文字z，位置O+L w
17)作多邊形Polygon[O+L u+L v,O-L u+L v,O-L u-L v,O+L u-L v]
18)勾選框：單位向量, 座標軸 ,xy平面

空間物件實例製作


3D_101A9.ggb
檔案 編輯 檢視 選項 工具 視窗 說明
移動
101數甲多選9
第4步
座標軸
α = 115°
β = 80°
L = 3
單位向量
Reset
Start
輸入:
C
B
A
D
G
F
E
H

*GeoGebra*的快捷列

alt-= -> not equals	alt-b -> beta
alt-+ -> plus or minus	alt-d -> delta
alt-- -> superscript minus	alt-e -> Euler e
alt-< -> less than or equal	alt-f -> phi
alt-> -> greater than or equal	alt-g -> gamma
alt-, -> less than or equal	alt-u -> infinity
alt-. -> greater than or equal	alt-i -> constant representing sqrt(-1)
alt-a -> alpha	alt-l -> lambda

*GeoGebra*的快捷列

alt-m -> mu	alt-2 -> to the power of 2
alt-o -> degree sign	alt-3 -> to the power of 3
alt-p -> pi	alt-4 -> to the power of 4
alt-s -> sigma	alt-5 -> to the power of 5
alt-t -> theta	alt-6 -> to the power of 6
alt-w -> omega	alt-7 -> to the power of 7
alt-0 -> to the power of 0	alt-8 -> to the power of 8
alt-1 -> to the power of 1	alt-9 -> to the power of 9

*Geogebra*的代數輸入

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
點坐標	$A(1,2)$	A=(1,2) 點坐標必須是大寫字母開頭
極坐標	$P[2,30°]$	P=(2;30°) 點坐標必須是大寫字母開頭
複數坐標	$B(2+3i)$	B=2+3i 點坐標必須是大寫字母開頭
向量(點坐標表示)	$v=(1,3)$	v=(1,3) 向量必須是小寫字母開頭
向量(極坐標表示)	$p[1,\frac{\pi}{3}]$	p=(1;alt-p/3) 向量必須是小寫字母開頭
向量(複數坐標表示)	$q=-1+2i$	q=-1+2i 向量必須是小寫字母開頭

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
f上一點 P		P=Point[f]
$\overline{AB}$ 線段		Segment[A,B]
$\overline{AB}$ 射線		Ray[A,B]
$\overline{AB}$ 直線		Line[A,B]
$\overline{AB}$ 向量		Vector[A,B]
$\angle ABC$		Angle[A,B,C]
多邊形		Polygon[A,B,C]
折線		Polyline[A,B,C,A]
平移		Translate[物件,向量]
旋轉		Rotate[物件,角度,旋轉中心]
伸縮		Dilate[物件,縮放倍數,縮放中心]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
對稱		Reflect[物件,點]、Reflect[物件,直線]、Reflect[物件,線段]、Reflect[物件,射線]
乘法	數字(式子)乘法×、向量內積·	* 或 空白鍵
乘法(數字)	$a=5\times3+2012$	a = 5*3+2012
乘法(內積)	$(2,3)\cdot(-3,2)$	(2,3)*(-3,2)
次方	2^3	2^3
二階行列式	$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$	$(2,3)\otimes(-3,2)$
乘法(複數)	$(2+3i)\times(3-2i)$	(2+3i)*(3-2i)
階乘	5!	5!
取出點的 x 坐標	取出點 P 的 x 坐標	x(P)
取出點的 y 坐標	取出點 P 的 y 坐標	y(P)
商數	整數 a 除以整數 b 的商數	Div[a,b]
餘數(模數)	整數 a 除以整數 b 的餘數	Mod[a,b]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
最大公因數	整數 a 與整數 b 的最大公因數	GCD[a,b]
最小公倍數	整數 a 與整數 b 的最小公倍數	LCM[a,b]
四捨五入	取最接近 a 的整數	Round(a)
絕對值	$\|-23\|$	abs(-23)
組合數	C_2^5	BinomialCoefficient[5,2]
正負號(性質符號)		sgn()
根號		sqrt( )
立方根		cbrt( )
0 到 1 的隨機數		random( )
a 到 b 的隨機數	整數 a 與整數 b 之間的隨機數	Randombetween(a,b)
集合中隨機排序		Shuffle[<List>]
函數 f 的定義域為 [a,b]	$f(x)=x^2,-2\le x\le 1$	Function[x^2,-2,1]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
如果	If[條件,a]：若條件為真時可得 a，為假時則未定義	If[condition,a]
如果	If[條件,a,b]：若條件為真時可得 a，為假時可得 b	if[condition,a,b]
曲線	$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = \sin t \end{cases}, 0 \le t < 2\pi$	Curve[x(2cos(t)),y(sin(t)),t,0,2 pi]
指數函數	2^x	2^x
指數函數	e^x	exp(x)
對數(以 e 為底)		ln( )
對數(以 2 為底)		ld( )
對數(以 10 為底)		lg( )
對數(以 a 為底)	$\log_a x$	Log(*a*,*x*)

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
正弦函數		sin( )
餘弦函數		cos( )
正切函數		tan( )
餘切函數		cot()
正割函數		sec()
餘割函數		csc()
反正弦函數		asin( ) 或 arcsin()
反餘弦函數		acos( ) 或 arccos()
反正切函數		atan( ) 或 arctan()
上高斯函數	$[x]$	ceil( )
下高斯函數	$[x]$	floor(x)
多項式	$y=2x^2-4x+3$	y=2x^2-4x+3
一次函數	$f(x)=3x-2$	f(x)=-3x-2

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
二次函數	$f(x)=2x^2+3x+1$	f(x)=2 x^2+3 x+1
三次函數	$f(x)=-2x^3+4x^2-3$	f(x)=-2x^3+4x^2-3
最高公因式	求兩多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的最高公因式	HCF[f(x),g(x)]
最低公倍式	求兩多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的最低公倍式	LCM[f(x),g(x)]
f(x)的一階導函數	$f'(x)$	Derivative[f]
	$f'(x)$	Derivative[f(x)]
	$f'(x)$	f'(x)
f(x)的二階導函數	$f''(x)$	Derivative[f(x),2]
	$f''(x)$	f''(x)

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
f(x)的三階導函數	$f'''(x)$	Derivative[f(x),3]
	$f'''(x)$	f'''(x)
最小值	取 a,b 中較小者	Min[a,b]
最大值	取 a,b 中較大者	Max[a,b]
最小值	取集合 list 中最小者	Min[list]
最大值	取集合 list 中最大者	Max[list]
分點比	$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$	Affineratio[A,B,C]
f(x)的 n 階導函數	$f^{(n)}(x)$	Derivative[f,n]
將 $f(x)$ 展開	將 $f(x)$ 的括號乘開	Expand[f(x)]
	展開 $(x+1)(x+2)(x+3)$	Expand[(x+1)(x+2)(x+3)]
	將多項式 $f(x)$ 展開	Polynomial[f(x)]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
將 $f(x)$ 因式分解	將多項式 $f(x)$ 因式分解	Factor[f(x)]
	因式分解 x^2-4x+3	Factor[x^2-4x+3]
插值多項式	過(1,2),(3,4)(4,-1)三點的二次多項式	Polynomial[(1,2),(3,4)(4,-1)]
化簡 $f(x)$	將 $f(x)$ 化簡	Simplify[f(x)]
	化簡 $x+2x+3x$	Simplify[x+2x+3x]
	化簡 $\frac{\sin x}{\cos x}$	Simplify[sin(x) / cos(x)]
	化簡 $-2\sin x\cos x$	Simplify[-2 sin(x) cos(x)]
泰勒展開式	$f(x)$ 對 $x=a$ 的 n 次泰勒展開式	TaylorPolynomial[f(x), a, n]
分段函數	$f(x)=\begin{cases}\sin x & x<3\\ x^2 & x\geq 3\end{cases}$	f(x) = If[x < 3, sin(x), x^2]
限制函數的定義域	$f(x)=x^2+x+1,-2\leq x\leq 3$	f(x) = Function[x^2+x+1,-2,3]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
梯形和	$f(x)$ 在[-2,3]分割成 10 等份的梯形和	TrapezoidalSum[f,-2,3,10]
f(x)的反導函數 常數為 0	$\int f(x)dx$	Integral[f(x)]
f(x)的定積分	$\int_{-2}^{3} f(x)dx$	Integral[f(x),-2,3]
	$\int_{-2}^{3} x^3 dx$	Integral[x^3,-2,3]
	$f(x)$ 與 $g(x)$ 在區間 $[a,b]$ 的面積	Integral[f(x),g(x), a,b]
多項式 $f(x)$ 的反曲點	找出 $f(x)=x^4-x^2+x+1$ 的反曲點	InflectionPoint[f]
多項式 $f(x)$ 的所有根	找出 $f(x)=x^4-x^2+x+1$ 的所有根	Root[f]
牛頓法找函數 $f(x)=0$ 的一根	以牛頓法找出函數 $f(x)$ 以 $x=a$ 為起始值的一根	Root[f(x),a]
多項式 $f(x)$ 的極值	找出多項式 $f(x)$ 的所有極值發生的點	Extremum[f]
圓錐曲線 c 的頂點		Vertex[c]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
複數 A 的主幅角		θ=arg(A)
數列	列出 $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}$ 的前十項	Sequence[(n,(1/2)^n),n,1,10]
取出集合 list 中的第 k 個元素		Element[list,k]
刪除集合 list 中未定義的元素		RemoveUndefined[list]
	計算集合 list 中，滿足條件式的元素	Countif[條件,list]
	附加物件在集合 list 的前面	Append[物件,list]
	附加物件在集合 list 的後面	Append[list 物件]
和		Sum[list]
算術平均數		Mean[list]
中位數		Median[list]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
眾數		Mode[list]
$\sum_{i=1}^{n} x_i$		MeanX[點集合 list]
$\sum_{i=1}^{n} y_i$		MeanY[點集合 list]
$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$		SigmaXX[點集合 list]
$\sum_{i=1}^{n} y_i^2$		SigmaYY[點集合 list]
$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$		SigmaXY[點集合 list]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2$		Sxx[點集合 list]
$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu_y)^2$		Syy[點集合 list]
$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)$		Sxy[點集合 list]
相關係數		CorrelatioCoefficient[點集合 list]
相關係數		CorrelatioCoefficient[list1,list2]
迴歸直線		FitLine[點集合 list]
直方圖		Histogram[list1(範圍界限),list2(高度)]
直方圖		Histogram[list1(範圍界限),list2(原始資料)]
長條圖		BarChart[list1(位置),list2(高度),w(長條寬度)]
長條圖		BarChart[起始值 a,終止值 b,長條高度 f(k),參數 k,數值 k1,數值 k2,間隔值 s]

使用*GeoGebra*設計教學單元活動

輕鬆上手的單元

1.多項式

2.指數與對數

3.三角函數

4.圓錐曲線

5.微積分

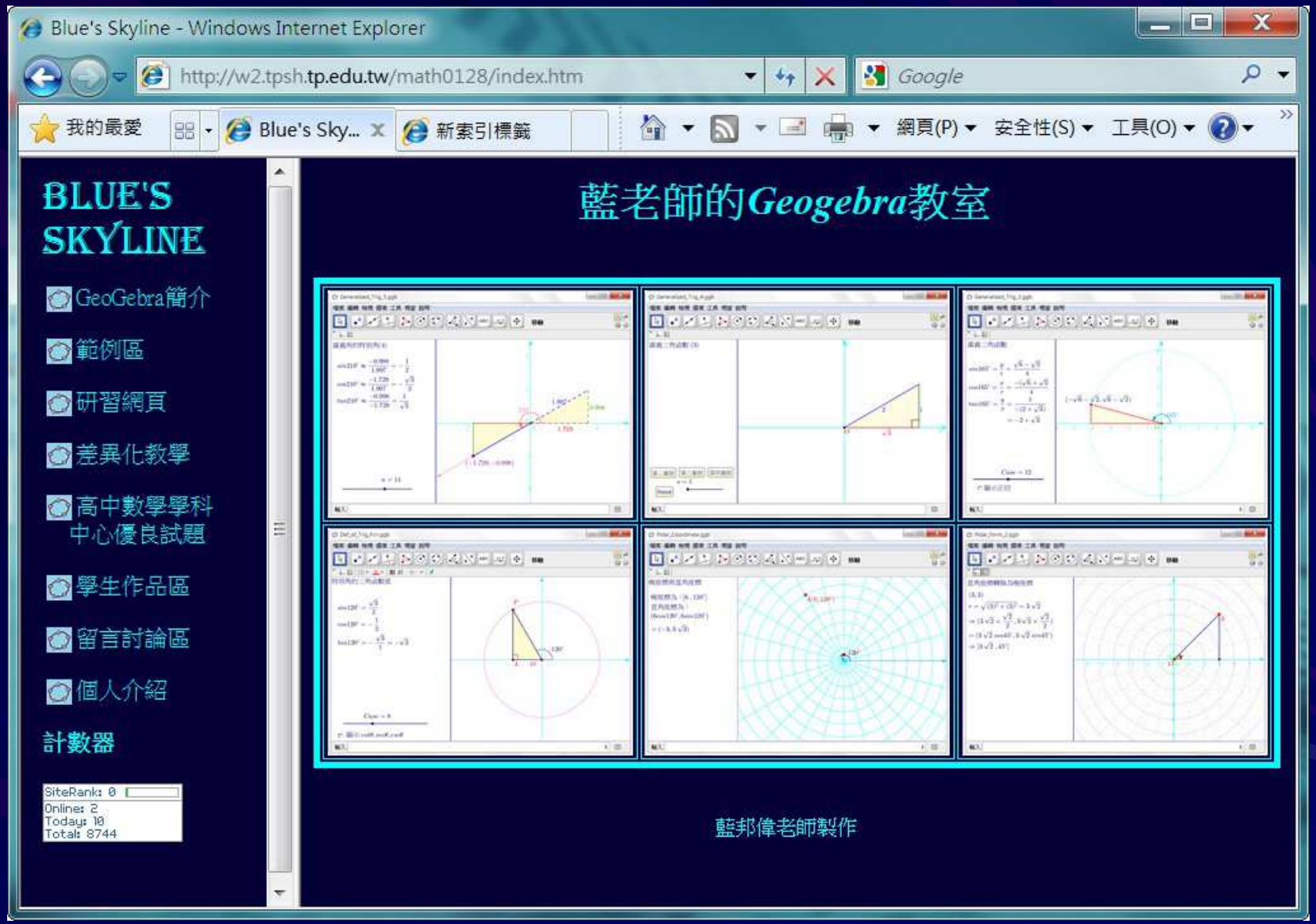
使用*GeoGebra*設計教學單元活動

較不易設計的單元

1. 排列與組合
2. 機率與統計
3. 數列與級數
4. 空間概念
5. 空間向量
6. 矩陣與行列式
7. 三角測量

Blue's Skyline

w2.tpsh.tp.edu.tw/math0128/index.htm



謝謝指教