臺北市立大同高級中學
數學科教師專業社群研習
GeoGebra 3D 教學

泰北高中 藍邦偉老師

2014.04.02

臺北市立大同高級中學

GeoGebra的簡介

- *Geometry + Algebra*
- 奧地利的年輕數學教授 *Markus Hohenwarter* ，於 2001 年在 University of Salzburg 開始發展此軟體，後來陸續在美國 Florida Atlantic University ， 2006–2008 與 Florida State University ， 2008–2009 持續研發此案，目前馬可仕與此專案已移回奧地利的 University of Linz ，並擁有一個人數眾多的跨國開發團隊，與無數協助翻譯成各國語言的翻譯志工。

GeoGebra 5.0 Beta 版下載點

■ <http://download.geogebra.org/installers/5.0/>

The screenshot shows a web browser window with the address bar containing download.geogebra.org/installers/5.0/. The page title is "Index of /installers/5.0". Below the title is a table with columns for Name, Last modified, Size, and Description. The table lists various installer files for Linux, Mac OS X, and Windows, including portable and installer versions for different dates in March 2014.

Name	Last modified	Size	Description
Parent Directory	-	-	-
GeoGebra-Linux-Portable-4.9.253.0.tar.bz2	10-Mar-2014 16:03	96M	GeoGebra Portable 4.9.253.0 for Linux [Test,OpSys-Linux,Type-Archive]
GeoGebra-Linux-Portable-4.9.255.0.tar.bz2	19-Mar-2014 20:58	95M	GeoGebra Portable 4.9.255.0 for Linux [Test,OpSys-Linux,Type-Archive]
GeoGebra-Linux-Portable-4.9.256.0.tar.bz2	24-Mar-2014 21:52	95M	GeoGebra Portable 4.9.256.0 for Linux [Test,OpSys-Linux,Type-Archive]
GeoGebra-Linux-Portable-4.9.257.0.tar.bz2	28-Mar-2014 12:03	95M	GeoGebra Portable 4.9.257.0 for Linux [Test,OpSys-Linux,Type-Archive]
GeoGebra-MacOS-Installer-withJava-4.9.252-0.zip	04-Mar-2014 14:24	67M	GeoGebra 4.9.252.0 for Mac OSX [Test,OpSys-OSX,Type-Archive]
GeoGebra-MacOS-Installer-withJava-4.9.253-0.zip	10-Mar-2014 16:04	72M	GeoGebra 4.9.253.0 for Mac OSX [Test,OpSys-OSX,Type-Archive]
GeoGebra-MacOS-Installer-withJava-4.9.254-0.zip	18-Mar-2014 15:07	72M	GeoGebra 4.9.254.0 for Mac OSX [Test,OpSys-OSX,Type-Archive]
GeoGebra-MacOS-Installer-withJava-4.9.255-0.zip	19-Mar-2014 20:59	71M	GeoGebra 4.9.255.0 for Mac OSX [Test,OpSys-OSX,Type-Archive]
GeoGebra-MacOS-Installer-withJava-4.9.256-0.zip	24-Mar-2014 21:53	71M	GeoGebra 4.9.256.0 for Mac OSX [Test,OpSys-OSX,Type-Archive]
GeoGebra-MacOS-Installer-withJava-4.9.257-0.zip	28-Mar-2014 12:04	71M	GeoGebra 4.9.257.0 for Mac OSX [Test,OpSys-OSX,Type-Archive]
GeoGebra-Windows-Installer-4.9.253-0.exe	10-Mar-2014 16:02	53M	GeoGebra 4.9.253.0 installer for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Installer]
GeoGebra-Windows-Installer-4.9.254-0.exe	18-Mar-2014 15:05	53M	GeoGebra 4.9.254.0 installer for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Installer]
GeoGebra-Windows-Installer-4.9.255-0.exe	19-Mar-2014 20:57	52M	GeoGebra 4.9.255.0 installer for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Installer]
GeoGebra-Windows-Installer-4.9.256-0.exe	24-Mar-2014 21:50	52M	GeoGebra 4.9.256.0 installer for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Installer]
GeoGebra-Windows-Installer-4.9.257-0.exe	28-Mar-2014 12:02	52M	GeoGebra 4.9.257.0 installer for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Installer]
GeoGebra-Windows-Portable-4.9.253-0.zip	10-Mar-2014 16:02	63M	GeoGebra Portable 4.9.253.0 for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Archive]
GeoGebra-Windows-Portable-4.9.254-0.zip	18-Mar-2014 15:06	63M	GeoGebra Portable 4.9.254.0 for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Archive]
GeoGebra-Windows-Portable-4.9.255-0.zip	19-Mar-2014 20:57	62M	GeoGebra Portable 4.9.255.0 for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Archive]
GeoGebra-Windows-Portable-4.9.256-0.zip	24-Mar-2014 21:51	62M	GeoGebra Portable 4.9.256.0 for Windows [Test,OpSys-Windows,Type-Archive]

平移

- 1) 點的平移
- 2) 多邊形的平移
- 3) 正多面體的平移：以正四面體為例

旋轉

- 1) 點的旋轉
- 2) 正多邊形的旋轉
- 3) 空間中點的旋轉

正多面體的建構

- 1) 座標式轉向量式
- 2) 正四面體的建構
- 3) 正六面體的建構
- 4) 正八面體的建構
- 5) 正十二面體的建構
- 6) 正二十面體的建構

虛擬3D座標架的建構

- 1) 做角度滑竿 α , 0° 到 360° , 增量 0.1°
- 2) 做角度滑竿 β , 0° 到 360° , 增量 0.1°
- 3) 取為空間座標系的原點, 並建立標籤
- 4) 作點 $X_{\text{unit}}=O+(\cos(\alpha), \sin(\alpha)\cos(\beta))$
- 5) 作點 $Y_{\text{unit}}=O+(-\sin(\alpha), \cos(\alpha)\cos(\beta))$
- 6) 作點 $Z_{\text{unit}}=O+(0, \sin(\beta))$
- 7) 作向量 $u=\text{Vector}[O, X_{\text{unit}}]$
- 8) 作向量 $v=\text{Vector}[O, Y_{\text{unit}}]$
- 9) 作向量 $w=\text{Vector}[O, Z_{\text{unit}}]$

虛擬3D座標架的建構

- 10) 作數值滑竿 L ，範圍為1至5，增量為1
- 11) 作向量 $uu=Vector[O-L*u,O+L*u]$
- 12) 作向量 $vv=Vector[O-L*v,O+L*v]$
- 13) 作向量 $ww=Vector[O-L*w,O+L*w]$
- 14) 插入文字 x ，位置 $O+L u$
- 15) 插入文字 y ，位置 $O+L v$
- 16) 插入文字 z ，位置 $O+L w$
- 17) 作多邊形 $Polygon[O+L u+L v,O-L u+L v,O-L u-L v,O+L u-L v]$
- 18) 勾選框：單位向量, 座標軸, xy 平面

空間物件實例製作

GeoGebra的快捷列

alt-= -> not equals	alt-b -> beta
alt+-> plus or minus	alt-d -> delta
alt-- -> superscript minus	alt-e -> Euler e
alt-< -> less than or equal	alt-f -> phi
alt-> -> greater than or equal	alt-g -> gamma
alt-, -> less than or equal	alt-u -> infinity
alt-. -> greater than or equal	alt-i -> constant representing sqrt(-1)
alt-a -> alpha	alt-l -> lambda

GeoGebra的快捷列

alt-m -> mu	alt-2 -> to the power of 2
alt-o -> degree sign	alt-3 -> to the power of 3
alt-p -> pi	alt-4 -> to the power of 4
alt-s -> sigma	alt-5 -> to the power of 5
alt-t -> theta	alt-6 -> to the power of 6
alt-w -> omega	alt-7 -> to the power of 7
alt-0 -> to the power of 0	alt-8 -> to the power of 8
alt-1 -> to the power of 1	alt-9 -> to the power of 9

Geogebra的代數輸入

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
點坐標	$A(1,2)$	A=(1,2) 點坐標必須是 <u>大寫</u> 字母開頭
極坐標	$P[2,30^\circ]$	P=(2;30°) 點坐標必須是 <u>大寫</u> 字母開頭
複數坐標	$B(2+3i)$	B=2+3i 點坐標必須是 <u>大寫</u> 字母開頭
向量(點坐標表示)	$v=(1,3)$	v=(1,3) 向量必須是 <u>小寫</u> 字母開頭
向量(極坐標表示)	$p[1, \frac{\pi}{3}]$	p=(1;alt-p/3) 向量必須是 <u>小寫</u> 字母開頭
向量(複數坐標表示)	$q=-1+2i$	q=-1+2i 向量必須是 <u>小寫</u> 字母開頭

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
f 上一點 P		P=Point[f]
$\overline{AB}$ 線段		Segment[A,B]
$\overline{AB}$ 射線		Ray[A,B]
$\overline{AB}$ 直線		Line[A,B]
$\overline{AB}$ 向量		Vector[A,B]
$\angle ABC$		Angle[A,B,C]
多邊形		Polygon[A,B,C]
折線		Polyline[A,B,C,A]
平移		Translate[物件,向量]
旋轉		Rotate[物件,角度,旋轉中心]
伸縮		Dilate[物件,縮放倍數,縮放中心]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
對稱		Reflect[物件,點]、Reflect[物件,直線]、 Reflect[物件,線段]、Reflect[物件,射線]
乘法	數字(式子)乘法×、向量內積·	* 或 空白鍵
乘法(數字)	$a = 5 \times 3 + 2012$	$a = 5 * 3 + 2012$
乘法(內積)	$(2, 3) \cdot (-3, 2)$	$(2, 3) * (-3, 2)$
次方	2^3	$2 \wedge 3$
二階行列式	$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$	$(2, 3) \otimes (-3, 2)$
乘法(複數)	$(2 + 3i) \times (3 - 2i)$	$(2 + 3i) * (3 - 2i)$
階乘	$5!$	$5!$
取出點的 x 坐標	取出點 P 的 x 坐標	$x(P)$
取出點的 y 坐標	取出點 P 的 y 坐標	$y(P)$
商數	整數 a 除以整數 b 的商數	Div[a,b]
餘數(模數)	整數 a 除以整數 b 的餘數	Mod[a,b]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
最大公因數	整數 a 與整數 b 的最大公因數	GCD[a,b]
最小公倍數	整數 a 與整數 b 的最小公倍數	LCM[a,b]
四捨五入	取最接近 a 的整數	Round(a)
絕對值	$ -23 $	abs(-23)
組合數	C_2^5	BinomialCoefficient[5,2]
正負號(性質符號)		sgn()
根號		sqrt()
立方根		cbrt()
0 到 1 的隨機數		random()
a 到 b 的隨機數	整數 a 與整數 b 之間的隨機數	Randombetween(a,b)
集合中隨機排序		Shuffle[<List>]
函數 f 的定義域為 [a,b]	$f(x) = x^2, -2 \leq x \leq 1$	Function[x^2,-2,1]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
如果	If[條件,a]：若條件為真時可得 a，為假時則未定義	If[condition,a]
如果	If[條件,a,b]：若條件為真時可得 a，為假時可得 b	if[condition,a,b]
曲線	$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}, 0 \leq t < 2\pi$	Curve[x(2cos(t)),y(sin(t)),t,0,2 pi]
指數函數	2^x	2^x
指數函數	e^x	exp(x)
對數(以 e 為底)		ln()
對數(以 2 為底)		ld()
對數(以 10 為底)		lg()
對數(以 a 為底)	$\log_a x$	Log(a,x)

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
正弦函數		<code>sin()</code>
餘弦函數		<code>cos()</code>
正切函數		<code>tan()</code>
餘切函數		<code>cot()</code>
正割函數		<code>sec()</code>
餘割函數		<code>csc()</code>
反正弦函數		<code>asin()</code> 或 <code>arcsin()</code>
反餘弦函數		<code>acos()</code> 或 <code>arccos()</code>
反正切函數		<code>atan()</code> 或 <code>arctan()</code>
上高斯函數	$[x]$	<code>ceil()</code>
下高斯函數	$[x]$	<code>floor(x)</code>
多項式	$y = 2x^2 - 4x + 3$	<code>y=2x^2-4x+3</code>
一次函數	$f(x) = 3x - 2$	<code>f(x)=3x-2</code>

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
二次函數	$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$	f(x)=2 x^2+3 x+1
三次函數	$f(x) = -2x^3 + 4x^2 - 3$	f(x)=-2x^3+4x^2-3
最高公因式	求兩多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的最高公因式	HCF[f(x),g(x)]
最低公倍式	求兩多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的最低公倍式	LCM[f(x),g(x)]
f(x)的一階導函數	$f'(x)$	Derivative[f]
	$f'(x)$	Derivative[f(x)]
	$f'(x)$	f(x)
f(x)的二階導函數	$f''(x)$	Derivative[f(x),2]
	$f''(x)$	f'(x)

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
f(x)的三階導函數	$f'''(x)$	Derivative[f(x),3]
	$f'''(x)$	f'''(x)
最小值	取 a,b 中較小者	Min[a,b]
最大值	取 a,b 中較大者	Max[a,b]
最小值	取集合 list 中最小者	Min[list]
最大值	取集合 list 中最大者	Max[list]
分點比	$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$	Affineratio[A,B,C]
f(x)的 n 階導函數	$f^{(n)}(x)$	Derivative[f,n]
將 f(x) 展開	將 f(x) 的括號乘開	Expand[f(x)]
	展開 $(x+1)(x+2)(x+3)$	Expand[(x+1)(x+2)(x+3)]
	將多項式 f(x) 展開	Polynomial[f(x)]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
將 $f(x)$ 因式分解	將多項式 $f(x)$ 因式分解	Factor[f(x)]
	因式分解 $x^2 - 4x + 3$	Factor[x^2-4x+3]
插值多項式	過(1,2),(3,4)(4,-1)三點的二次多項式	Polynomial[(1,2),(3,4)(4,-1)]
化簡 $f(x)$	將 $f(x)$ 化簡	Simplify[f(x)]
	化簡 $x + 2x + 3x$	Simplify[x+2x+3x]
	化簡 $\frac{\sin x}{\cos x}$	Simplify[sin(x) / cos(x)]
	化簡 $-2 \sin x \cos x$	Simplify[-2 sin(x) cos(x)]
泰勒展開式	$f(x)$ 對 $x = a$ 的 n 次泰勒展開式	TaylorPolynomial[f(x), a, n]
分段函數	$f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 3 \\ x^2 & x \geq 3 \end{cases}$	f(x) = If[x < 3, sin(x), x^2]
限制函數的定義域	$f(x) = x^2 + x + 1, -2 \leq x \leq 3$	f(x) = Function[x^2+x+1,-2,3]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
梯形和	$f(x)$ 在 $[-2,3]$ 分割成 10 等份的梯形和	TrapezoidalSum[f,-2,3,10]
$f(x)$ 的反導函數 常數為 0	$\int f(x)dx$	Integral[f(x)]
$f(x)$ 的定積分	$\int_{-2}^3 f(x)dx$	Integral[f(x),-2,3]
	$\int_{-2}^3 x^3 dx$	Integral[x^3,-2,3]
	$f(x)$ 與 $g(x)$ 在區間 $[a,b]$ 的面積	Integral[f(x),g(x), a,b]
多項式 $f(x)$ 的反曲點	找出 $f(x) = x^4 - x^2 + x + 1$ 的反曲點	InflectionPoint[f]
多項式 $f(x)$ 的所有根	找出 $f(x) = x^4 - x^2 + x + 1$ 的所有根	Root[f]
牛頓法找函數 $f(x) = 0$ 的一根	以牛頓法找出函數 $f(x)$ 以 $x = a$ 為起始值的一根	Root[f(x),a]
多項式 $f(x)$ 的極值	找出多項式 $f(x)$ 的所有極值發生的點	Extremum[f]
圓錐曲線 c 的頂點		Vertex[c]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
複數 A 的主幅角		$\theta = \arg(A)$
數列	列出 $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}$ 的前十項	Sequence[(n,(1/2)^n),n,1,10]
取出集合 list 中的第 k 個元素		Element[list,k]
刪除集合 list 中未定義的元素		RemoveUndefined[list]
	計算集合 list 中，滿足條件式的元素	Countif[條件,list]
	附加物件在集合 list 的前面	Append[物件,list]
	附加物件在集合 list 的後面	Append[list 物件]
和		Sum[list]
算術平均數		Mean[list]
中位數		Median[list]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
眾數		Mode[list]
$\sum_{i=1}^n x_i$		MeanX[點集合 list]
$\sum_{i=1}^n y_i$		MeanY[點集合 list]
$\sum_{i=1}^n x_i^2$		SigmaXX[點集合 list]
$\sum_{i=1}^n y_i^2$		SigmaYY[點集合 list]
$\sum_{i=1}^n x_i y_i$		SigmaXY[點集合 list]

高中數學常使用的代數指令

主題	動作、數學式	指令列語法(輸入完畢後按 Enter 執行)
	$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2$	Sxx[點集合 list]
	$\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2$	Syy[點集合 list]
	$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$	Sxy[點集合 list]
相關係數		CorrelatioCoefficient[點集合 list]
相關係數		CorrelatioCoefficient[list1,list2]
迴歸直線		FitLine[點集合 list]
直方圖		Histogram[list1(範圍界限),list2(高度)]
直方圖		Histogram[list1(範圍界限),list2(原始資料)]
長條圖		BarChart[list1(位置),list2(高度),w(長條寬度)]
長條圖		BarChart[起始值 a,終止值 b,長條高度 f(k),參數 k,數值 k1,數值 k2,間隔值 s]

使用*GeoGebra*設計教學單元活動

輕鬆上手的單元

1. 多項式
2. 指數與對數
3. 三角函數
4. 圓錐曲線
5. 微積分

使用*GeoGebra*設計教學單元活動

較不易設計的單元

1. 排列與組合
2. 機率與統計
3. 數列與級數
4. 空間概念
5. 空間向量
6. 矩陣與行列式
7. 三角測量

Blue's Skyline

w2.tpsh.tp.edu.tw/math0128/index.htm

Blue's Skyline - Windows Internet Explorer

http://w2.tpsh.tp.edu.tw/math0128/index.htm

我的最愛 Blue's Sky... 新索引標籤

BLUE'S SKYLINE

- GeoGebra簡介
- 範例區
- 研習網頁
- 差異化教學
- 高中數學學科中心優良試題
- 學生作品區
- 留言討論區
- 個人介紹

計數器

SiteRank: 0
Onlines: 2
Today: 10
Total: 8744

藍老師的Geogebra教室

The main content area displays six Geogebra applets arranged in a 2x3 grid, illustrating various trigonometric concepts:

- Top Left:** A coordinate plane showing a right triangle with hypotenuse 14 and angle 30° . The coordinates of the vertex are $(11.726, -6.928)$. Trigonometric values are listed: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, and $\cot 30^\circ = \sqrt{3}$.
- Top Middle:** A right triangle with hypotenuse 10 and angle 30° . The side opposite the angle is 5, and the adjacent side is $5\sqrt{3}$.
- Top Right:** A unit circle with a point $(-\sqrt{3}, 1)$ and a central angle of 150° . Trigonometric values are listed: $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, and $\cot 150^\circ = -\sqrt{3}$.
- Bottom Left:** A unit circle with a point $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ and a central angle of 60° . Trigonometric values are listed: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, and $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Bottom Middle:** A polar coordinate system showing a point $(2, 120^\circ)$ in polar form and $(-2, 30^\circ)$ in Cartesian form.
- Bottom Right:** A polar coordinate system showing a point $(3\sqrt{2}, 45^\circ)$ in polar form and $(3, 3)$ in Cartesian form. Trigonometric values are listed: $r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$, $\theta = \tan^{-1}(\frac{3}{3}) = 45^\circ$, and the Cartesian coordinates are $(3\sqrt{2} \cos 45^\circ, 3\sqrt{2} \sin 45^\circ) = (3, 3)$.

藍邦偉老師製作

謝謝指教