

差異化教學

高中數學 99 課綱第四冊第一章第二節空間坐標系

點關於坐標軸與坐標平面的投影點與對稱點

台北市泰北高中藍邦偉老師

新北市海山高中董維新老師

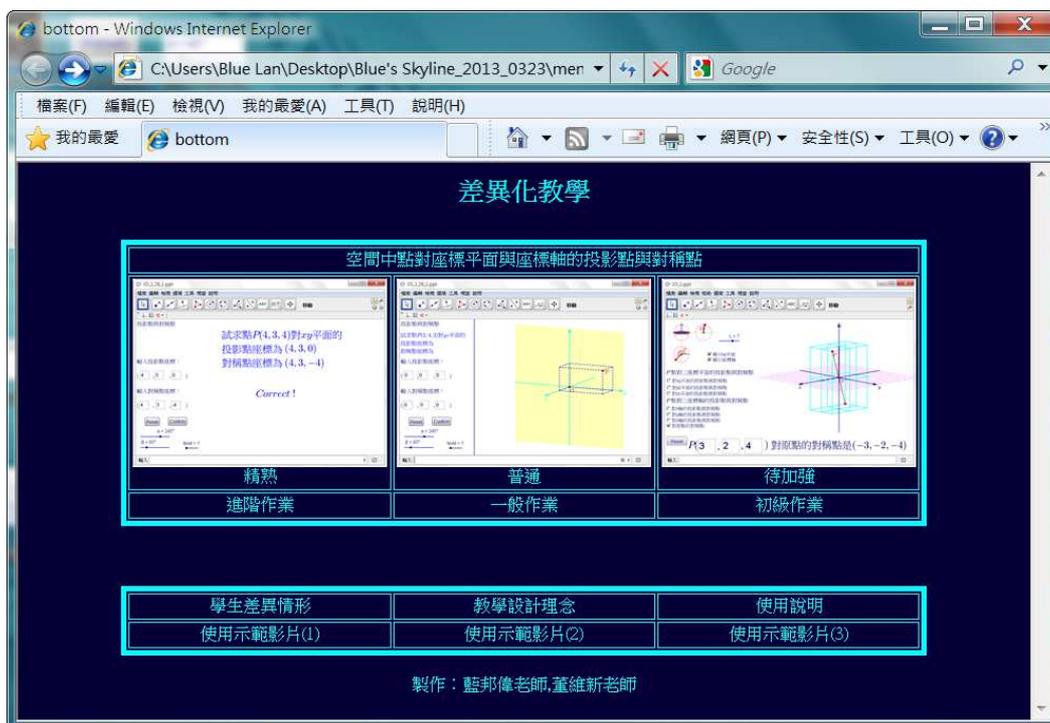
教學設計理念

接到了教育部差異化教學這個計畫後，我們兩個人就在思考如何利用電腦輔助教學，也就是 *Geogebra* 這個自由軟體實施差異化教學。首先我們先試作 99 課綱第四冊第一章第二節空間中的點座標裡面的一個概念：空間中點的投影點與對稱點。我們在任教的學校中挑選合適教學進度的班級，使用電腦教室，進行差異化教學。

設計課程時，我們先將學生適切的分組；將學生分成精熟組、普通組與待加強組這三組，並依各組進行分層探索。我們設計了精熟組的 *Geogebra* 教學內容、普通組的 *Geogebra* 教學內容、與待加強組的補強 *Geogebra* 教學內容，並適時放入多元表徵的教學內容後，依不同組設計了各組平行作業來滿足各組學生不同的需求。在作業與教學中，適時穿插開放問題來誘導學生學習。

現在就跟各位一起分享我們所設計的教學檔案吧！

http://w2.tpsh.tp.edu.tw/math0128/menu_DI_B4.htm



操作說明：

1. 軟體的簡介：

GeoGebra 是一套由 Java 程式語言所開發、免費和跨平台的動態數學自由軟體。它是由美國佛羅里達州亞特蘭大學的數學教授 Markus Hohenwarter 及一個國際程式設計團隊所共同開發，設計的軟體，GeoGebra 就是「幾何 Geometry」加「代數 Algebra」的意思。它可以用在幾何、代數、微積分與統計等領域。

由於 Java 是一個跨平台的語言，所以 GeoGebra 可以在不同的系統上執行，例如 Windows、MacOS、Linux 等系統；較新版本的 GeoGebra 開始使用 HTML5，所以目前在 iPad、Android 或這類的平板電腦上亦有測試版可執行，Google Chrome 上也有 GeoGebra 的 App，但目前功能還很有限。

這套軟體曾經獲得許多項國際性的大獎，包括歐洲及德國教育軟體大獎。另一方面，GeoGebra 為一套動態的幾何系統。你可以用點、向量、線段、直線、多邊形、圓錐曲線、和函數來作圖，事後你還可以改變它們的屬

性，並隨後動態修改。另一方面來說，你也可以直接輸入方程式或座標，所以 GeoGebra 也有處理變數的能力。例如數字、角度、向量、或是點座標。它也可以對函數作微分與積分，找出方程式的根或計算函數的極大極小值。

GeoGebra 視窗有一個「代數區」、「幾何區」（也稱為「主繪圖區」）、一個「副繪圖區」、一個試算表與一個運算區；可以任意切換選擇需要的視窗。目前的版本是 4.2.60。

2. 軟體使用前的準備：



要執行 GeoGebra 程式或觀看 GeoGebra 檔案前，請先確定你的電腦中已經安裝 Java 執行環境，否則將無法執行或觀看。你可以依你的作業系統與瀏覽器下載不同的 java，例如 32 位元的 win7 IE 或 64 位元的 win7 IE，java for Chrome，java for Mac 等等。您可以到 GeoGebra 官網 <http://www.geogebra.org/cms/en/download/> 下載 GeoGebra，目前版本為 4.2.60 版。安裝版：可安裝於電腦中，執行時不需有網路，也不會檢查有沒有新版本，所以優點是啟動速度較快，缺點是執行的可能不是最新版。可攜版：可將

檔案存於隨身碟中，不需安裝，可用於任何電腦，所以優點是可隨身攜帶、啟動速度較快，缺點是執行的可能不是最新版、可攜版檔案所佔空間較大(大約 70 MB，因為包含整個 Java 執行套件)

3. 如何在網頁上看 GeoGebra 檔：通常放在網路上的多已經輸出成 Java Applet 形式，所以只要電腦有安裝 Java 執行環境，便可以在 IE 瀏覽器直接看 GeoGebra 製作的成品。較新版本的 Java 也有支援其他瀏覽器，如 Google Chrome，Firefox。但是若要看 GeoGebra 製作的原始檔(ggb 檔)時，你的電腦就必須有 GeoGebra 執行程式。當然只要執行過一次 GeoGebra，你的電腦內便有直接看 ggb 檔的能力。

4. 使用說明：目前的輸入只有 4 種：

(1) 輸入框：直接以鍵盤輸入數字；(, ,)

(2) 滑竿：拉動 level 選擇難度 $\text{level} = 1$ ；

拉動 α 可以使水平面繞 z 軸旋轉 $\alpha = 212.4^\circ$

拉動 β 可以翻轉水平面。 $\beta = 80^\circ$

(3) 按鈕：按 確定答案；按 重新出題或回原始狀態

(4) 勾選框：按滑鼠左鍵即勾選。 對原點的對稱點

學生差異情形

實施差異化教學的學生 44 人，國中基測的 PR 值約在 40~65 之間，基測數學科最高的五位同學成績平均約 55 分，而最低分的五位同學平均接近 30 分。

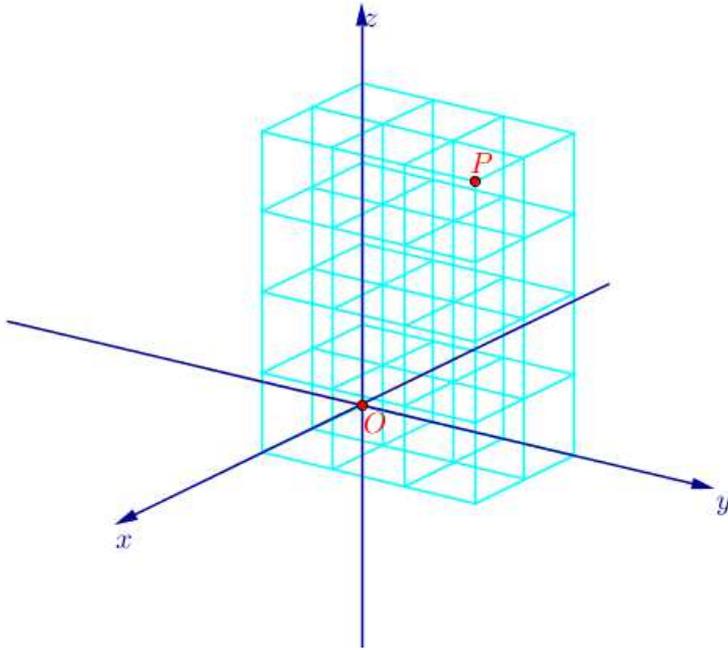
實施差異化教學前估計約有 8 至 12 人可以直接做精熟；約 12 至 25 位同學看了普通可以寫精熟與普通的作業；約 20 位同學需看完待加強後，可以寫待加強作業。

為了統計方便，我們請同學有三種選擇：第一是程度最好的同學，三種層次作業都作，第二是程度普通的同學，寫普通與待加強，第三是程度比較不好的同學，只寫待加強的作業。統計如下表所示：

三種層次作業全作人數	9	三種層次作業全作答對人數	7
「普通」與「待加強」人數	14	「普通」與「待加強」答對人數	10
只寫「待加強」作業人數	21	只寫「待加強」作業答對人數	15

作業 1

1. 已知點 $P(a,b,c)$ 空間中一點，則 P 的投影點與對稱點的公式有什麼規律？
2. $A(4,6,5)$ 關於 xy 平面的投影點與對稱點坐標為何？
3. $B(1,2,3)$ 關於 z 軸的投影點與對稱點坐標為何？
4. 如圖，請問 P 點關於 yz 平面的投影點坐標為何？關於 x 軸的對稱點坐標為何？



作業 2

1. 若 $A(4,6,5)$ ， $B(1,2,3)$ ，則 \overline{AB} 在 xy 平面的投影長為何？
2. 點 A 對 xy 平面的垂足點為 $(3,-4,0)$ ，對 yz 平面的垂足點為 $(0,-4,5)$ ，則點 A 的坐標為何？
3. 點 $P(a,b,c)$ 對 xy 平面的對稱點為 R ，點 $Q(x,y,z)$ 對 yz 平面的對稱點亦為 R ，則 a,b,c,x,y,z 間的關係為何？

作業 3

1. 正六面體 $ABCDEFGH$ 中， $ABCD$ 為正方形，若 A, B 對稱於 xy 平面，若 A, D 對稱於 yz 平面，則若 A, C 對稱於____，若更進一步 A, E 對稱於 zx 平面，則 C, E 對稱於____。
2. 正六面體 $ABCDEFGH$ 中， $ABCD$ 為正方形， $EFGH$ 為正方形，若 A, B 對稱 xy 平面，若 A, D 對稱於 yz 平面， A, E 對稱於 zx 平面， B, F 對稱於 zx 平面，則 D 對 zx 平面的對稱點為____。